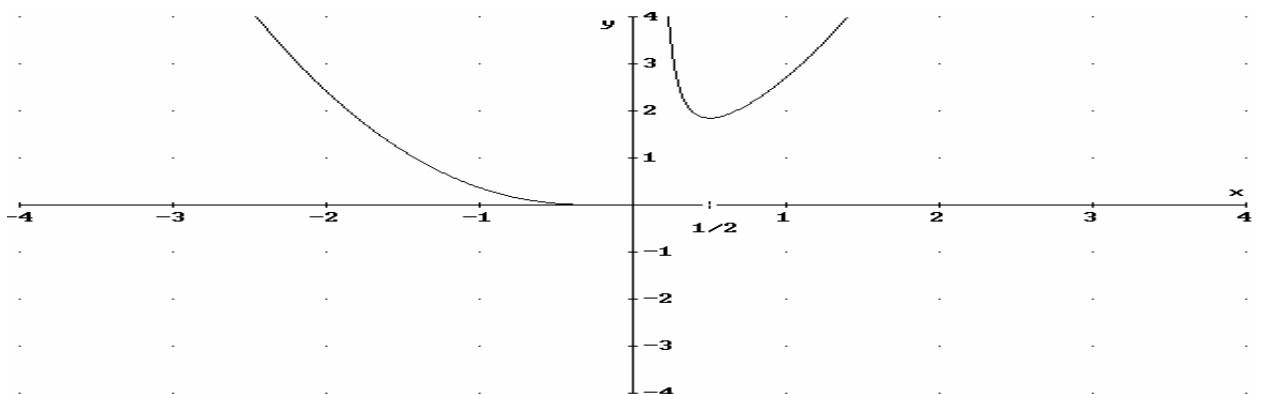


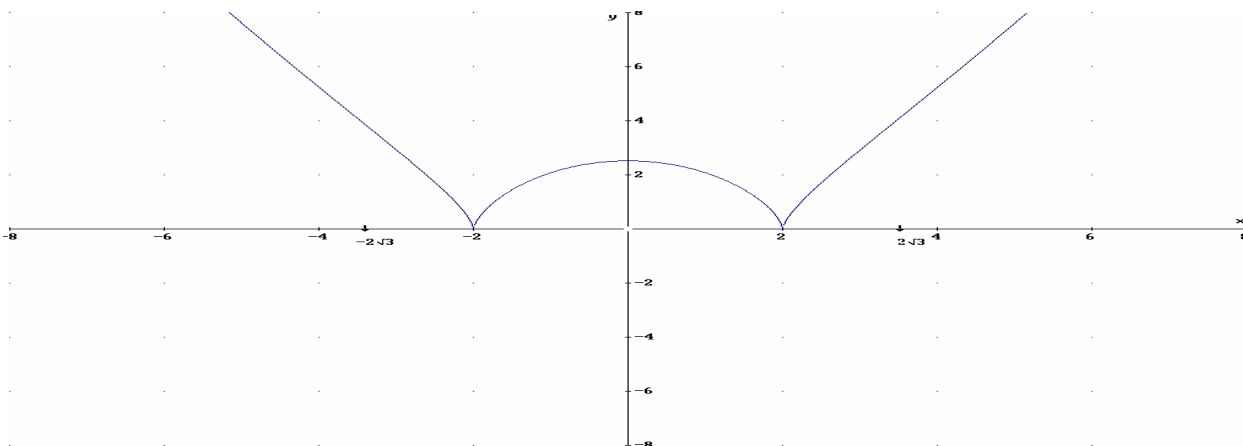
1.- Sea la función $f(x) = x^2 e^{1/x}$. Se pide completar el siguiente cuadro y representar dicha función.

Dominio y Simetrías	$\mathbb{R} - \{0\}$ No tiene
Asíntotas verticales	$x=0$
Asíntotas horizontales	No tiene
Asíntotas oblicuas	No tiene
Crecimiento y Decrecimiento	Crece en $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$ Decrece en $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right)$
Máximos y Mínimos relativos	Mínimo relativo en $\left(\frac{1}{2}, \frac{e^2}{4}\right)$
Concavidad y convexidad	Cóncava en D
Puntos de inflexión	No tiene



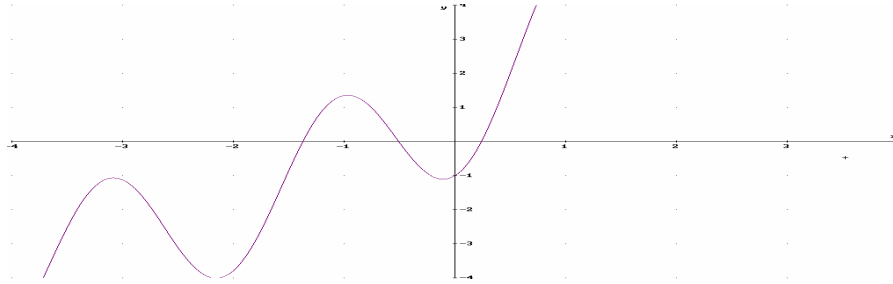
2-Para la función $g(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 4)^2}$ completar el siguiente cuadro y representar dicha función.

Dominio y Simetrías	R Simétrica respecto del eje OY
Asíntotas Verticales	No tiene
Asíntotas horizontales	No tiene
Asíntotas oblicuas	No tiene
Crecimiento y Decrecimiento	Crece en $(-2,0) \cup (2,\infty)$ Decrece en $(-\infty,-2) \cup (0,2)$
Máximos y Mínimos relativos	Máximo relativo en $(0, \sqrt[3]{16})$ Mínimos relativos en $(-2,0), (2,0)$
Concavidad y convexidad	Cóncava en $(-\infty, -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}, \infty)$ Convexa en $(-2\sqrt{3}, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, 2\sqrt{3})$
Puntos de inflexión	$(2\sqrt{3}, 4)$ y $(-2\sqrt{3}, 4)$



3.- Se trata de resolver la ecuación $x - 2\cos(3x) + e^x = 0$.

- En primer lugar representamos la función $y = x - 2\cos(3x) + e^x$

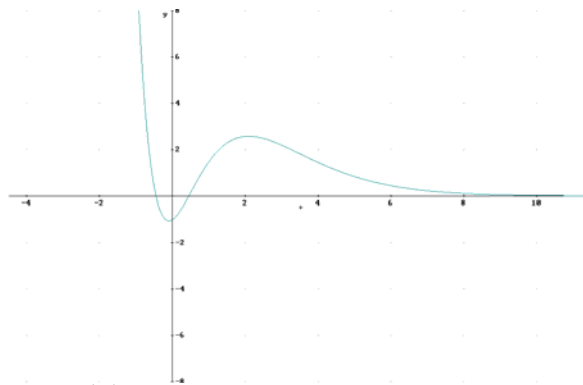


- ¿Cuántas raíces reales existen? **3**
- ¿En qué intervalos se encuentran? **$(-2,-1)(-1,0)(0,1)$**
- ¿Proporciona el comando **Resolver** alguna de ellas? **NO**
- En caso negativo dar una solución aproximada de cada una de ellas, utilizando en el menú de la ventana **Algebra**, los comandos: **Resolver Expresión, Numérico, Intervalo**.

$$x_1 = -1.37278; x_2 = -0.507968; x_3 = 0.238771$$

4.- Sea $f'(x) = e^{-x}(5x^2 - 1)$ la función derivada de una cierta función $y=f(x)$.

- a) Representar gráficamente $f'(x)$



- b) Hallar los puntos en donde $f'(x) = 0$.

$$x_1 = -\frac{\sqrt{5}}{5}; x_2 = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

A partir de ellos y del signo de $f'(x)$:

c) Señalar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$ observando la gráfica.

$$f \text{ es creciente en } \left(-\infty, -\frac{\sqrt{5}}{5}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{5}}{5}, \infty\right)$$

$$f \text{ es decreciente en } \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$$

d) Indicar los extremos relativos de $f(x)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{máximos relativos en } \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}, f\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)\right) \\ \text{mínimos relativos en } \left(\frac{\sqrt{5}}{5}, f\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)\right) \end{array} \right.$$

e) Razonar si la función f puede estar acotada superior o inferiormente.

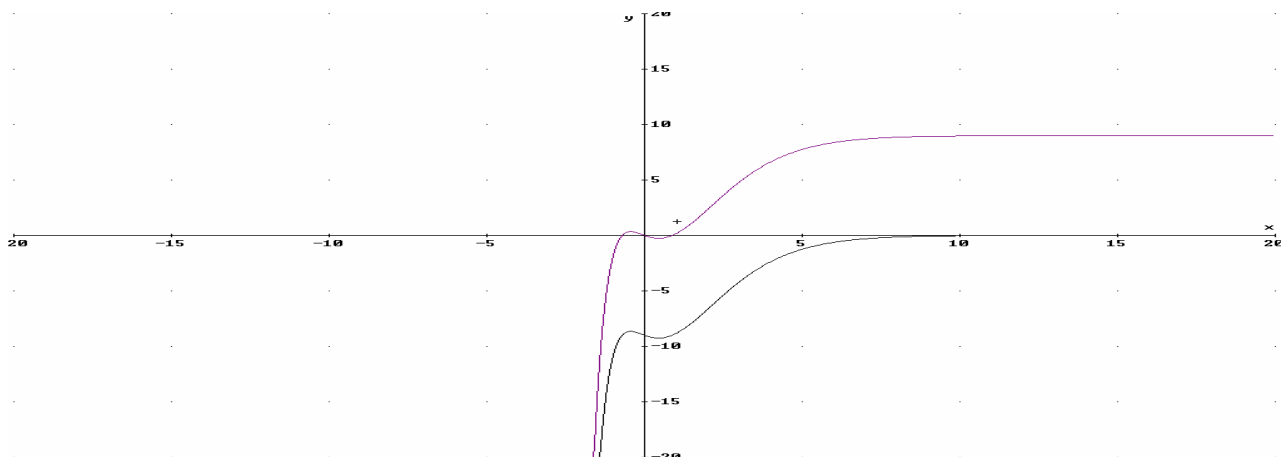
Por ser derivable en $\mathbb{R} \Rightarrow f$ es continua en \mathbb{R} . Sí $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = \infty$ en $(-\infty, -\frac{\sqrt{5}}{5})$ es estrictamente creciente y por tanto no está acotada inferiormente. Sí $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0 \Rightarrow f(x) \rightarrow k$, luego f está acotada superiormente

f) Determinar los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$.

$$f \text{ es convexa en } \left(-\infty, 1 - \frac{\sqrt{5}}{5}\right) \cup \left(1 + \frac{\sqrt{5}}{5}, \infty\right) \text{ y } f \text{ es cóncava en } \left(1 - \frac{\sqrt{5}}{5}, 1 + \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$$

g) Esbozar una posible gráfica de $f(x)$ considerando que pase por el punto $(0,0)$.

Verificar si es correcta. Para ello integrar la función $f'(x)$ y representar gráficamente el resultado obtenido.



¿Pasa por $(0,0)$? **NO**

Razona si es única la solución para $f(x)$

Exigiendo que pase por un punto fijo $(0,0)$ $f(x)$ ha de ser única. En otro caso hay infinitas soluciones que se diferencian en una constante.

- Escribir la integral indefinida de $f'(x)$. $\int f'(x)dx = -e^{-x}(5x^2 + 10x + 9) + k$
- Hallar k para que $f(x)$ pase por $(0,0)$ $k = 9$
- Representarla ¿En qué se parece a la gráfica esbozada? **SON PARECIDAS**

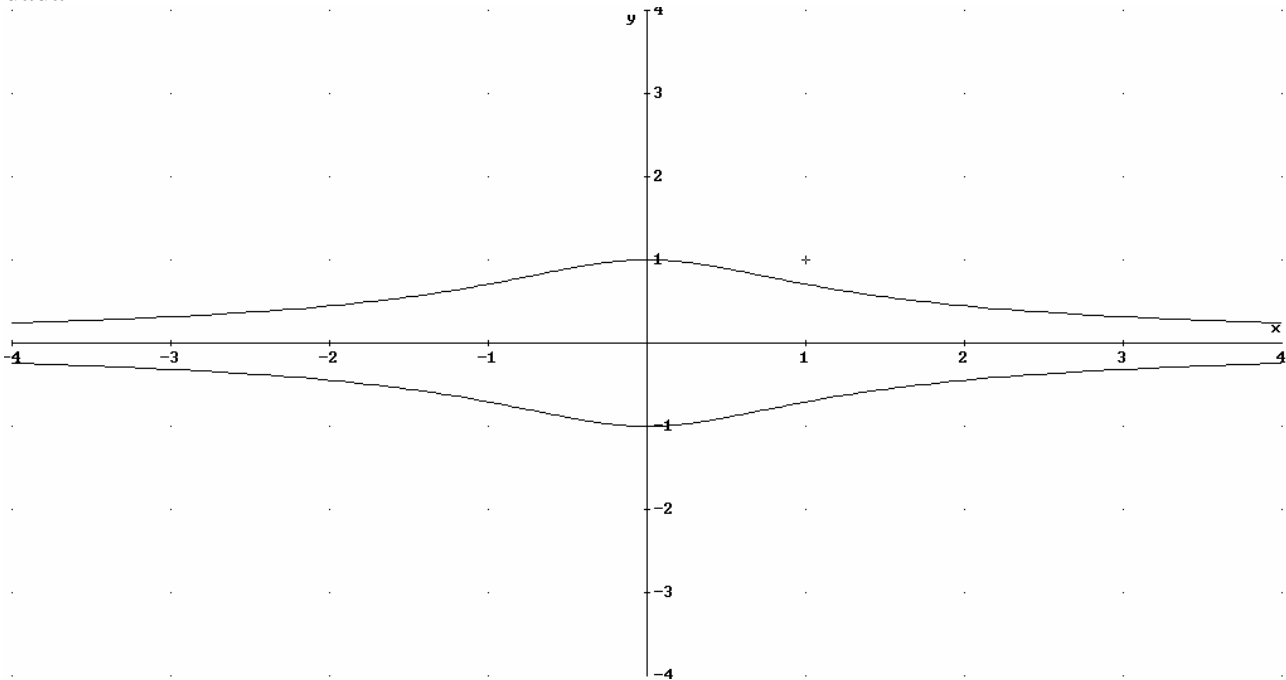
5.-Completar el cuadro siguiente para la curva definida por las ecuaciones paramétricas $\begin{cases} x = \operatorname{tg} t \\ y = \cos t \end{cases}$

Campo de variación de t	$\mathbb{R} - \{\pi/2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
Simetrías	Simétrica respecto del eje Y
Periodicidad	Las funciones $\operatorname{tg} t$ y $\cos t$ son periódicas de periodo π y 2π respectivamente, luego la curva es periódica de periodo 2π
Asíntotas verticales	No tiene
Asíntotas horizontales	$y=0$ es una asíntota horizontal
Asíntotas oblicuas	No tiene
Intersección con las asíntotas	No tiene
Puntos críticos	Los puntos críticos son para $t=0$, $t=\pi/2$ y $t=\pi$
Puntos de tangencia horizontal	Para $t=0$ el punto $(0,1)$ es de tangencia horizontal
Puntos de tangencia vertical	No tiene

Refleja el estudio por ramas de la variación de la curva en el siguiente cuadro

variación en t	Variación en x	Variación en y	Variación en (x,y)	Signo de $x'(t)$	Signo de $y'(t)$	Signo de $y'(x) = \frac{y'(t)}{x'(t)}$
$0 < t < \pi/2$	$0 < x < \infty$	$1 > y > 0$	$(0,1) \rightarrow (\infty,0)$	+	-	-
$\pi/2 < t < \pi$	$-\infty < x < 0$	$0 > y > -1$	$(-\infty,0) \rightarrow (0,-1)$	+	-	-

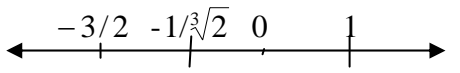
Representar por ramas la curva dada



6.-Completar el cuadro siguiente para la curva definida por las ecuaciones paramétricas

$$\begin{cases} x = \frac{t}{1-t^3} \\ y = \frac{1+t}{t^3} \end{cases}$$

Campo de variación de t	R-$\{0,1\}$
Simetrías	No tiene
Periodicidad	No tiene
Asíntotas Verticales	X=0
Asíntotas Horizontales	Y=2
Asíntotas Oblicuas	No tiene
Intersección con las asíntotas	No tiene
Puntos críticos	$x'(t) = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ $y'(t) = 0 \Rightarrow t = -\frac{3}{2}$
Puntos de tangencia horizontal	$\left(-\frac{12}{35}, \frac{4}{27}\right)$ para $t = -\frac{3}{2}$
Puntos de tangencia vertical	$\left(-\frac{\sqrt[3]{4}}{3}, \sqrt[3]{4}-2\right)$ para $t = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

- Señala en **R** las ramas de la curva según los valores de t 
- Refleja el estudio por ramas de la variación de la curva en el siguiente cuadro

Variación de t	Intervalo de x	Intervalo de y	Variación en (x,y)	Signo de $x'(t)$	Signo de $y'(t)$	Signo de $y'(x)$
$(-\infty, -\frac{3}{2})$	$(0, -\frac{12}{35})$	$(0, \frac{4}{27})$	$(0, 0) \rightarrow (-\frac{12}{35}, \frac{4}{27})$	-	+	-
$(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{3})$	$(-\frac{12}{35}, -\frac{\sqrt[3]{4}}{3})$	$(\frac{4}{27}, \sqrt[3]{4} - 2)$	$(-\frac{12}{35}, \frac{4}{27}) \rightarrow (-\frac{\sqrt[3]{4}}{3}, \sqrt[3]{4} - 2)$	-	-	+
$(-\frac{1}{3}, 0)$	$(-\frac{\sqrt[3]{4}}{3}, 0)$	$(\sqrt[3]{4} - 2, -\infty)$	$(-\frac{\sqrt[3]{4}}{3}, \sqrt[3]{4} - 2) \rightarrow (0, -\infty)$	+	-	-
$(0, 1)$	$(0, \infty)$	$(2, \infty)$	$(0, \infty) \rightarrow (\infty, 2)$	+	-	-
$(1, \infty)$	$(-\infty, 0)$	$(0, 2)$	$(-\infty, 2) \rightarrow (0, 0)$	+	-	-

- Representar por ramas la curva dada

