



1. **Dominio** de definición o campo de existencia.

Conjunto de valores para los cuales se pueden efectuar los cálculos que indica la expresión analítica de la función.

$$D = \{ x \in \mathbb{R} \text{ tales que, existe } y = f(x) \}$$

2. **Simetrías** respecto del eje OY y respecto del origen, pues en caso de que existan simetrías de este tipo bastará estudiar la función cuando $x \geq 0$.

$$f(-x) = \begin{cases} f(x) & \text{simétrica respecto el eje OY (Función par)} \\ -f(x) & \text{simétrica respecto el origen O (Función impar)} \end{cases}$$

3. **Periodicidad**, pues si la función es periódica bastará representarla en un intervalo de amplitud periódica y luego extender al resto del dominio de definición.

$$f(x+T)=f(x)$$

T es el período

(Sólo pueden ser periódicas las funciones cuya expresión analítica depende de las funciones $\text{sen}x$, $\text{cos}x$, $\text{tg}x$, etc.)

4. Cálculo de las **asíntotas**.

Verticales: (ver Dominio). Si $x \rightarrow a \Rightarrow y \rightarrow \infty$.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty \Rightarrow x = a \text{ es una asíntota vertical}$$

(Sólo puede haber asíntotas verticales en los puntos que no pertenecen al dominio)

Horizontales: Si $x \rightarrow \infty \Rightarrow y \rightarrow b$.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b \Rightarrow y = b \text{ es una asíntota horizontal}$$

Oblicuas: $y = mx + n$ es una asíntota oblicua, siendo:

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right); \quad n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx)$$

Nota: la asíntota nos informa de si la función está o no acotada.

5. Estudio del **crecimiento** y **decrecimiento**.

Una función es **estrictamente creciente** en un intervalo cuando para dos puntos cualesquiera situados en él “x” y “x+h” se verifica: $x < x+h \Rightarrow f(x) < f(x+h)$

Una función es **estrictamente decreciente** en un intervalo cuando para dos puntos cualesquiera situados en él “x” y “x+h” se verifica: $x < x+h \Rightarrow f(x) > f(x+h)$.

“Estudiar el signo de la primera derivada

Si $f'(a) > 0$, la función f es creciente en a

Si $f'(a) < 0$, la función f es decreciente en a

6. Cálculo de **máximos** y **mínimos** locales.

La función f tiene en el punto $x=a$ un **máximo relativo** si existe un entorno (a-h, a+h) de a tal que para todo $x \neq a$ del entorno se verifica $f(x) < f(a)$ resulta

$$f(x-h) < f(a) > f(x+h).$$

La función f tiene en el punto $x=a$ un **mínimo relativo** si existe un entorno (a-h, a+h) de a tal que para todo $x \neq a$ del entorno se verifica $f(x) > f(a)$ resulta

$$f(x-h) > f(a) < f(x+h).$$

Si $f'(a)=0$ y $f''(a) > 0$, entonces (a, f(a)) es un mínimo local



REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES EXPLÍCITAS



Si $f'(a)=0$ y $f''(a)<0$, entonces $(a, f(a))$ es un máximo local
También pueden existir **extremos** (máximos y mínimos) donde no es derivable la función.

7. Estudio de la **concavidad** y **convexidad**.

Una función es **cóncava** (hacia arriba) si la gráfica de la función queda por encima de la recta tangente en cada uno de los puntos.

Una función es **convexa** (hacia arriba) si la gráfica de la función queda por debajo de la recta tangente en cada uno de los puntos.

“Estudiar signo de la segunda derivada”

Si $f''(a)>0$, la función f es cóncava en a

Si $f''(a)<0$, la función f es convexa en a

8. Cálculo de los **puntos de inflexión**.

Si $f''(a)=0$ y $f'''(a)\neq 0$, entonces $(a, f(a))$ es un punto de inflexión

9. **Puntos de cortes** con los ejes coordenados.

Corta al eje Y si existe el punto $(0, f(0))$.

Si $x=0$ entonces $y=f(0)$.

La gráfica de $f(x)$ corta al eje X, si existe x_0 tal que el punto $(x_0, 0) \in f(x)$. Su cálculo se realiza resolviendo la ecuación $f(x)=0$.

Si $y=0$ entonces $f(x)=0$.

NOTA:

La definición actual de función se asocia en la literatura matemática con el nombre de Dirichlet (1805-1859) y Lobatchevsky (1792-1856).