

TEOREMAS SOBRE FUNCIONES DERIVABLES

Definición:

Una función $y=f(x)$ es **continua** en $x = a$ si se verifica: $\lim_{x \rightarrow a} f(x)=f(a)$

Teorema de Bolzano:

Si $f(x)$ es una función continua en un intervalo cerrado $[a,b]$ y toma valores de distinto signo en los extremos del intervalo, se anula en al menos un punto c del intervalo abierto (a,b) .

Bernhard Bolzano: Praga (1.781-1.848). Sacerdote católico, filósofo y matemático checoslovaco, de ascendencia italiana.

Definición:

Sea S un subconjunto del dominio de una función $y=f(x)$.

La función f tiene un **máximo (mínimo)** relativo en el punto a , cuando $f(a)$ es el mayor (menor) valor que la función toma cuando la variable recorre S . Es decir, $f(x) \leq f(a)$, $\forall x \in S$ ($f(x) \geq f(a)$, $\forall x \in S$). S un entorno de a .

Definición:

La función f tiene un **máximo (mínimo)** absoluto en a , cuando $f(x) \leq f(a)$ ($f(x) \geq f(a)$) para todos los x del dominio de f .

Teorema de Weierstrass:

Si una función $f(x)$ es continua en un intervalo cerrado $[a,b]$, alcanza en $[a,b]$, el máximo y el mínimo absolutos.

Karl Weierstrass: nacido en Ostenfelde y muerto en Berlín (1.815-1.897).

Definición:

Dada la función f , se llama **derivada** de f en a , al siguiente límite:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Teorema de Rolle.

Si f es continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b) , cumpliéndose $f(a)=f(b)$, entonces existe, al menos, un punto $c \in (a,b)$ tal que $f'(c) = 0$.

Michael Rolle (1.652-1.719) Matemático francés.

Teorema del valor medio (o de Lagrange).

Si f es continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b) , existe $c \in (a,b)$ tal que $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

Joseph Louis Lagrange: (1736-1813), matemático y astrónomo francés nacido en Turín (Italia).

Proposición.

Si $f'(x) > 0$ ($f'(x) < 0$) para todos los puntos x de un intervalo, f es estrictamente **creciente** (f es estrictamente **decreciente**) en dicho intervalo.

Proposición.

Si $f''(x) > 0$ ($f''(x) < 0$) para todos los puntos x de un intervalo, f es **cóncava** (f es **convexa**) en dicho intervalo.