Cónicas

1.- Hacer un estudio completo de las siguientes *cónicas*:

a) $11x^2 + 14y^2 - 4xy + 40x + 20y + 45 = 0$ Solución

b) $x^2 - 8xy + y^2 - 4x - 4y + 1 = 0$ Solución

c) $x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 8y = 0$ Solución

d) $4x^2 + y^2 - 4xy + 2x + 4y - 10 = 0$ Solución

2.- Hallar la ecuación de la *cónica* que pasa por los puntos $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,-2)$, $\left(\frac{3}{2},\frac{1}{4}\right)$ y $\left(\frac{3}{2},\frac{-3}{4}\right)$.

Solución

3.- Hallar el *centro* y las *asíntotas* de la cónica: $2 + x^2 + 2xy = 0$.

Solución

4.- Clasificar la siguiente *cónica* según los valores del parámetro "a":

a) $x^2 - 2axy + 2ay^2 - 2x + 4ay = 0$ Solución

b) $ax^2 - 2xy + ay^2 - 2x + 2y + 3 = 0$ Solución

5.- Hallar λ y μ sabiendo que las ecuaciones $x^2 + \lambda y^2 = 1$, $x'y' = \mu$, corresponden a una misma *cónica* expresada en dos sistemas de referencia *ortonormales* distintos.

Solución

6.-

a) Clasificar la siguiente *cónica* según los valores del parámetro "a":

$$x^2 + 2ay^2 - 2axy - 2x + 4ay = 0.$$

b) Hacer un estudio completo de la *cónica* anterior para a = 2:

Ecuación reducida

Parámetro de la *cónica*

Eje y *vértice*

Foco y *directriz*

Dibujo de la *cónica*.

Solución

7.-

a) Clasificar la siguiente *cónica* según los valores del parámetro "a":

$$a + 2x + 2y + ax^2 + 2xy + ay^2 = 0.$$

b) Hacer un estudio completo de la *cónica* anterior para a = 0

Ecuación reducida

Semiejes, *excentricidad* y *parámetro* de la *cónica*

Centro, si procede

Ejes y *vértices*

Focos y *directrices*
Asíntotas, si procede
Dibujo de la *cónica*.

Solución

8.- Dada la *cónica* $2x^2-y^2+4xy-x=0$, se pide:
a) Clasificación
b) *Ecuación reducida*
c) *Semiejes* y *excentricidad*
d) *Centro*
e) *Ejes*
f) *Asíntotas*
g) *Vértices*
h) Dibujo de la *cónica*.

Solución

9.- Dada la *cónica* de ecuación: $9x^2+6xy-22x+y^2-34y+49=0$. Se pide:
a) Ecuación matricial.
b) Clasificación.
c) *Ecuación reducida,*
d) *Parámetro* de la *cónica*.
e) *Vértice* y *eje*.
f) *Foco* y *directriz*.

Solución

10.-Dada la *cónica* $x^2 + y^2 + kxy - 10x - 2y + 1 = 0$, se pide:
a) La ecuación matricial
b) Ecuación de las *Asíntotas* y eje focal para el valor $k = 2$.
c) *Ecuación reducida* para el valor $k = 1$
d) Hallar la *excentricidad* para el valor $k = \frac{1}{2}$.
e) Clasificar según los valores del parámetro $k \in \Re$
f) Demostrar que la *excentricidad* de cualquier *hipérbola equilátera* es $e = \sqrt{2}$

Solución

11.- Dada la *cónica* de ecuación: $1+2x+4y+3x^2+4xy=0$ Se pide:
a) Clasificación
b) *Ecuación reducida*
c) *Semiejes*, *excentricidad* y *Parámetro* de la *cónica*
d) *Centro*, si procede
e) *Ejes* y *Vértices*
f) *Focos* y *directrices*
g) *Asíntotas*, si procede

h) Dibujo de la *cónica* y de los elementos hallados en los apartados anteriores.

Solución

12.- Sea la *cónica* de ecuación: $2x^2+y^2+2\sqrt{2}xy+2y=0$ Se pide:

a) Clasificación

b) *Ecuación reducida*

c) *Excentricidad* y *Parámetro* de la *cónica*

d) *Vértice*, si procede

e) *Ejes*

f) Dibujo de la *cónica*

Solución

13.- Dada la *cónica* de ecuación $3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 10y + 10 = 0$, se pide:

a) Ecuación matricial.

b) Clasificación.

c) *Ecuación reducida*

d) *Semiejes*, *excentricidad* y *Parámetro* de la *cónica*.

e) *Centro* y *Ejes*.

f) *Asíntotas*

Solución

14.- Dada la *cónica* de ecuación $2x^2 - 2xy + 3y^2 + 6x - 8y + 3 = 0$, se pide:

a) Ecuación matricial.

b) Clasificación.

c) *Ecuación reducida*

d) *Semiejes* y *Parámetro* de la *cónica*.

e) *Centro*.

f) *Ejes* (indicando cuál es el eje focal).

g) *Vértices* principales (sobre el eje focal).

Solución

15.- Dada la *cónica* de ecuación $x^2+2xy+2y^2-2x-1=0$

Se pide:

a) Clasificación

b) *Ecuación reducida*

c) *Centro*

d) *Ejes*

Solución

16.- Dada la *cónica* de ecuación $x^2 - 2y^2 + 4x + 1 = 0$. Se pide:

a) Clasificación

b) *Ecuación reducida*

c) *Semiejes* y *excentricidad*
d) *Centro*
e) *Ejes*
f) *Asíntotas*

Solución

17.- Sea la *cónica* de ecuación: $\begin{pmatrix} 1 & x & y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 & -a \\ -1 & a & 1 \\ -a & 1 & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} = 0$.

a.- Clasificarla según los valores del parámetro real "a".

b.- Para a = 0, se pide:

Clasificación

Ecuación reducida

Semiejes, *excentricidad* y *parámetro* de la *cónica*

Centro

Ejes

Asíntotas

Solución

18.- a) Probar que sólo uno de los siguientes polinomios de segundo grado en x y en y representa una *elipse*

1. $x^2+4xy+y^2=7$
2. $2x+5y-3+x^2+3xy+2y^2=0$
3. $9y^2-24xy-40y+16x^2-30x=5$
4. $5y^2+5x^2-1-8xy+4x-2y=0$

b) Hallar el *centro*, los *ejes*, los *focos* y las *asíntotas* de la *cónica* $y^2+4xy+x^2-7=0$.

Solución

19.- Clasificar la *cónica* $2xy+4x-1=0$ y hallar su *excentricidad*, *eje* focal y *focos*.

Solución

20.- Dada la *cónica* $x^2 + y^2 -2xy - 6x + 2y + 7 = 0$, se pide:

a) Las coordenadas del *foco*.
b) La ecuación de la *directriz*.

Solución

21.- Dada la *cónica* de ecuación $36x^2 + 29y^2 + 24xy - 96x - 22y - 115 = 0$. Se pide:

a) Clasificación
b) *Ecuación reducida*

c) *Semiejes*, *parámetro* y *excentricidad*
d) *Centro* y *ejes*
e) Directrices

Solución

22.- Dada la *cónica* de ecuación: $x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 10y + 9 = 0$. Se pide:

a) Ecuación matricial
b) Clasificación
c) *Ecuación reducida*
d) *Excentricidad* y *parámetro* de la *cónica*
e) *Vértice* y *eje*
f) *Foco* y *directriz*
g) Gráfica de la *cónica* donde aparezcan los elementos que se calculan en los dos apartados anteriores.

Solución

23.- Sea la *cónica* de ecuación: $11x^2 + 17y^2 - 6\sqrt{3}xy - 40 = 0$

a) ¿Es el *Centro* de la *cónica* el origen del sistema de referencia? ¿Son los *ejes* de la *cónica* paralelos a los de *coordenadas*? En caso negativo, calcular el ángulo α que forman con ellos.
b) Utilizando el apartado anterior, calcular la *Ecuación reducida* de la *cónica*.
c) Hallar las ecuaciones de los *ejes*.
d) *Directrices*.
e) *Focos*.
f) *Vértices*.

Solución

24.-

a) Clasificar la siguiente *cónica* según los valores del parámetro "a":

$$(a^2 + 4)x^2 + 9y^2 + 6axy - 4(a^2 + 1)x - 12ay + 4a^2 - 8 = 0.$$

b) Hacer un estudio completo de la *cónica* anterior para a = 1:
Ecuación reducida y área de la *cónica*.
Semiejes, *excentricidad* y *parámetro* de la *cónica*.
Centro, ejes, focos y vértices principales.
Ecuaciones de las rectas que pasan por el punto (0,2) y son tangentes a la *cónica*.
Dibujo de la *cónica*.

Solución

25.- Dada la *cónica* de ecuación $8x^2 - 6\sqrt{2}xy + y^2 - 36\sqrt{2}x + 14y + 49 = 0$. Se pide:

a) Clasificar la *cónica*

b) La *Ecuación reducida*.

c) La *excentricidad*.

d) La ecuación del *eje* focal.

e) Las ecuaciones de las *asíntotas*.

Solución

26.- Dada la *cónica* de ecuación $x^2 + 2ay^2 - 2axy - 2x + 4ay = 0$, se pide:

a) Clasificar la *cónica* en función del parámetro "a".

b) Para a = -10, hallar

b1) *Ecuación reducida*.

b2) *Centro*, si procede.

b3) *Ejes*, indicando cuál es el focal.

b4) *Asíntotas*, si procede.

b5) Dibujo de la *cónica* y de los elementos geométricos hallados en los apartados anteriores

Solución

27.- Dada la *cónica* de ecuación: $x^2 + y^2 + 2kxy + 2x + 1 = 0$, se pide:

a) Clasificar la *cónica* en función del parámetro "k".

b) Para k = -1

b1) *Ecuación reducida* y *parámetro* de la cónica.

b2) *Vértice* y *eje* de la cónica.

b3) Dibujo de la *cónica* y de los elementos geométricos hallados en los apartados anteriores.

Solución

28.- Dada la *cónica* de ecuación: $2 + x^2 + 2xy = 0$, se pide:

a) Clasificarla

b) Coordenadas del *centro*

c) *Asíntotas*

Solución

29.- a) Determinar entre todas las *cónicas* de la familia

$$x^2 + xy + y^2 + 2x + y + 3 + \lambda(xy + y^2 - 2x + y + 1) = 0$$

aquellas no degeneradas cuyos *centros* están sobre la recta $x - y - 2 = 0$

b) Clasificar la *cónica* para $\lambda = 1$.

Solución

30.- Dada la *elipse*: $x^2+y^2-xy+x+y=0$. Se pide:

a) *Centro*
b) *Excentricidad* y *semiejes*
c) *Ejes* de simetría
d) Ecuación de las *rectas tangentes* a la *elipse* y paralelas a la recta $y = x$

Solución

31. Dada la *cónica* de ecuación: $5x^2 + 5y^2 + 2xy - 6x - 6y - 3 = 0$, se pide:
a) *Ecuación reducida*. b) *Excentricidad*. c) *Centro*. d) *Ejes*.

Solución

32.- Dadas las *cónicas*

$$3x^2 + 2xy + 3y^2 + 4x + 1 = 0$$
$$4x^2 + y^2 - 4xy + 2x + 4y - 3 = 0$$

Se pide:
a) Calcular los puntos de *intersección* de ambas *cónicas*.
b) Hallar la ecuación de la *recta* r que pasa por ambos puntos de *intersección*.
c) Calcular los *puntos de corte* de la recta r con cada uno de los *ejes* focales de ambas *cónicas*.

Solución

33.- Hallar las coordenadas del *centro*, las ecuaciones de los *ejes* y las *asíntotas* de la *hipérbola* $6x^2 - 12xy + y^2 + 3x + 2y - 13 = 0$.

Solución

34.- Escribir la *Ecuación reducida* de la *cónica* $x^2 + 3y^2 - 2xy - 2x + 1 = 0$ y determinar la *excentricidad*.

Solución

35.- Sea la *cónica* de ecuación: $\lambda x^2 + \lambda y^2 - 2xy + 2x + 2y + 1 = 0$.

a.- Clasificarla según los valores del parámetro real "λ".
b.- Para $\lambda = 0$, se pide:

Ecuación reducida
Semiejes
Excentricidad
Centro
Asíntotas

Solución

36.- a) Clasificar las siguientes *cónicas*:

a_1) $2 + x^2 + 2xy = 0$
a_2) $x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 8y = 0$
a_3) $x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x - 1 = 0$

b) Hallar los *semiejes* a y b, y las ecuaciones de los *ejes* de la *elipse*

$$x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 4y = 0$$

Solución

37. Dada la *cónica* $\alpha x^2 - 2xy + \alpha y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$ con $\alpha \in R$. Se pide:

a) Para $\alpha = -2$ la *Ecuación reducida* y la *excentricidad*

b) Para $\alpha = -1$ el *eje* focal

c) Para $\alpha = 0$ las *asíntotas*

d) Clasificar la *cónica* si $\alpha = -\frac{1}{3}$

Solución

38.- Dada la *cónica* de ecuación $4x^2 - 400x + By^2 - 1800y = 80036$. Se pide:

a) Clasificarla para los valores: B = 4, 0, -9.

b) Para B = - 9, calcular: *semiejes, distancia focal, excentricidad y parámetro* de la cónica.

c) Siguiendo con B = - 9, hallar: *centro, vértices, focos y asíntotas.*

Solución

39.- Hacer un estudio completo de la siguiente *cónica*: $x^2+y^2-xy+x+y=0$.

Solución

40.- Dada la *cónica* que pasa por los puntos

$$(3, 4), (-3, 9), (-3, -1), (-9, 4) \text{ y } \left(\frac{3}{5}, 0\right).$$

Hacer un estudio completo:

Ecuación reducida
Semiejes
Excentricidad, distancia entre focos y parámetro de la cónica
Centro de la cónica
Ejes
Vértices
Focos
Directrices
Asíntotas

Solución

41.- Hallar la ecuación de la *cónica* que tiene un *foco* en el punto F (-1, 1), la *directriz* correspondiente a este foco es la bisectriz del primer cuadrante y la *excentricidad* es e=1/2. Sin hacer ningún cálculo, indicar qué tipo de cónica es y por qué.

Solución

Problemas propuestos.

P1.- Hallar la ecuación de la *cónica* que pasa por los puntos

(7,1), (5,-3), (-1, -3), (-3,1) y (-3,-7).

Calcular sus elementos característicos, la Ecuación reducida y representar la *cónica*.

Solución

P2.- Hallar la *cónica* que pasa por los puntos (1,0), (3,2) y (1,-4) y tal que e=0.

Solución

P3.- Hallar la ecuación de la *elipse* cuyos ejes son paralelos a los ejes coordenados, su centro es C(-2,1); el eje mayor es paralelo a OY, su longitud es 10 y la distancia focal 8.

Solución

P4.- Dada la cónica $25x^2+36y^2+150x-288y-99=0$. Hallar: a) Ecuaciones de la *recta normal* y de la recta tangente que pasa por E(3/5,0). b) Ecuaciones de las rectas que pasan por (9,9) y son tangentes a la elipse.

Solución

P5.- Estudiar las siguientes *cónicas*:

a) $x^2+y^2+2xy+6\sqrt{2}x-2\sqrt{2}y-14=0$ b) $x^2+y^2+2xy+x+y-2=0$

c) $xy-x=0$ d) $x^2+4y^2+4xy-2x-4y+1=0$

e) $2x^2+2y^2+x+1=0$ f) $3x^2+3y^2+2xy-6\sqrt{2}x-10\sqrt{2}y+10=0$

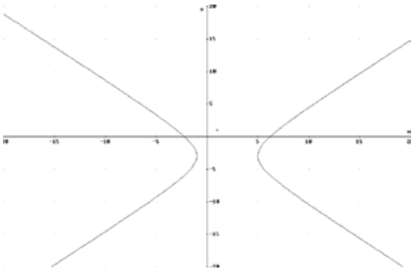
g) $xy+x-y=0$ h) $8x^2+y^2-6\sqrt{2}xy+2x+1=0$.

Solución

Cónicas

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

P1.- La ecuación de la hipérbola equilátera es $(x-2)^2-(y+3)^2=9$; centro (2,-3); eje focal $y=-3$, y eje no focal x=2; focos $F(2+\sqrt{3},-3)$ y $F'(2-\sqrt{3},-3)$; directrices $x=2+3/\sqrt{2}$ y $x=2-3/\sqrt{2}$; y de Ecuación reducida $(x')^2-(y')^2=9$.

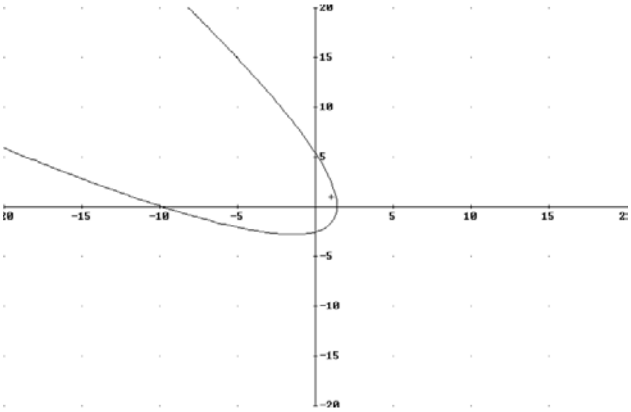


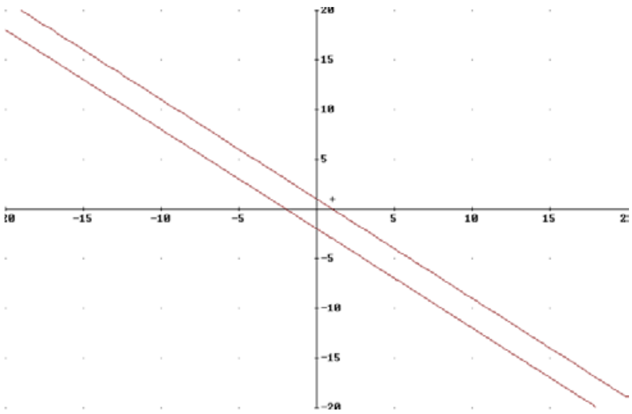
P2.- Circunferencia $(x-5)^2+(y+3)^2=20$.

P3.- $\dfrac{(X+2)^2}{9}+\dfrac{(Y-1)^2}{25}=1$

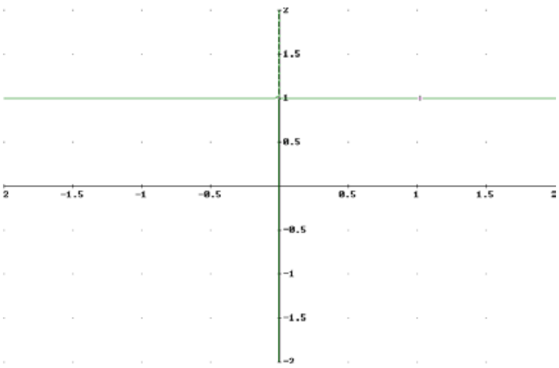
P4.- a) recta tangente $5x-8y-3=0$ y recta normal $40x+25y-24=0$. b) $y=9$ y $y-9=\dfrac{10}{9}(x-9)$.

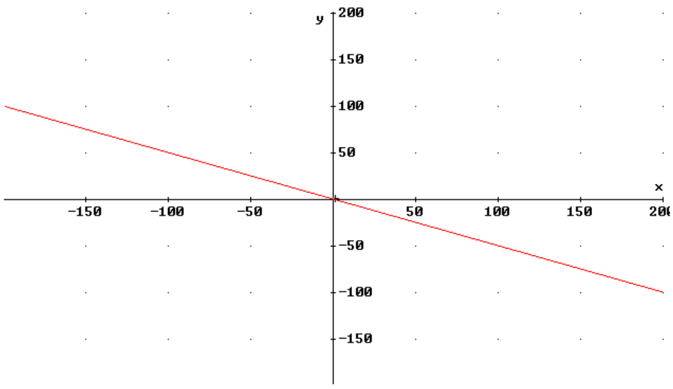
P5.- a) b)





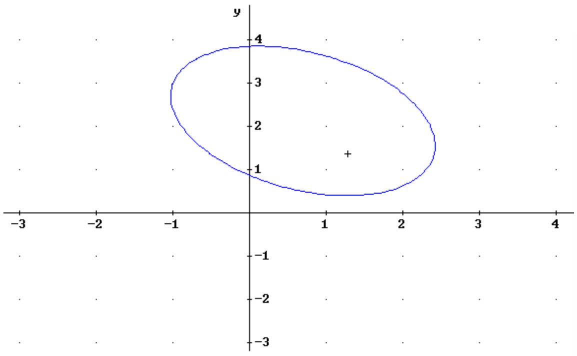
c) d)



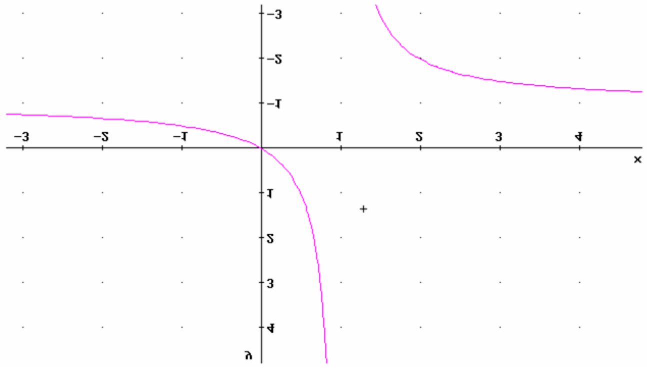


e) elipse imaginaria

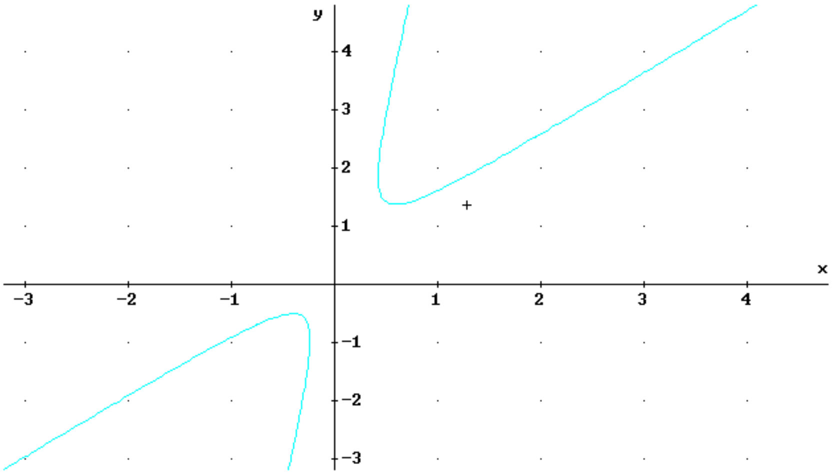
f)



g)



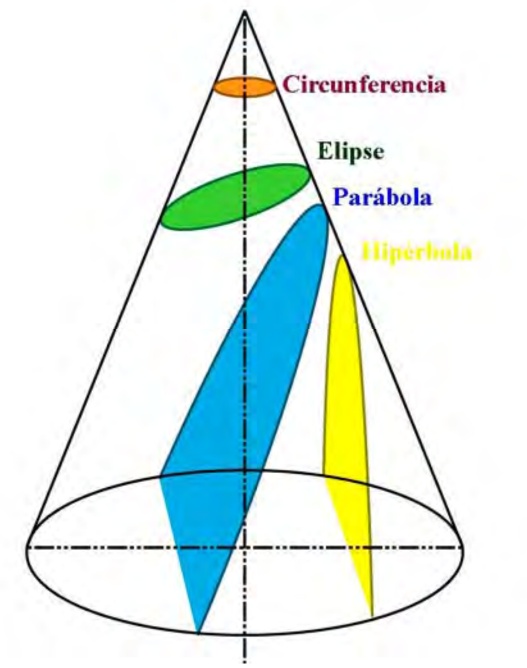
h)



Cónica

- Es la sección producida en una superficie cónica de revolución por un plano que no pase por el vértice.
- Es el lugar geométrico de los puntos de un plano cuya razón de distancias a un punto fijo (que llamaremos **foco**) y a una recta fija (que llamaremos **directriz**) es constante.
- Es el lugar geométrico de los puntos del plano que verifiquen la ecuación general de segundo grado: $a_{00} + 2\,a_{01}x + 2\,a_{02}y + a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2\,a_{12}xy = 0$ donde a_{11}, a_{12} y a_{22} no son simultáneamente nulos y con respecto a una referencia ortonormal del plano.

Ecuación de la cónica en forma matricial: $\begin{pmatrix} 1 & x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{01} & a_{11} & a_{12} \\ a_{02} & a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} = 0$



Centro

- Punto alrededor del cual la figura es simétrica (centro de la elipse o de la hipérbola).
- Las transformaciones geométricas que tienen un único punto invariante se denomina **centro**. Así tenemos el centro del giro en el plano, el centro de homotecia y el centro de semejanza cuando la razón es $k \neq 1$.
- **Centro radical** de tres circunferencias es un punto del plano que tienen la misma potencia respecto de las tres circunferencias.

Asíntotas de una hipérbola

Las **asíntotas** de una hipérbola son rectas que pasan por el centro de la cónica y tienen de pendiente m, solución de la ecuación: $a_{11} + 2a_{12}m + a_{22}m^2 = 0$.
Este último resultado se obtiene de aplicar que, en general, las asíntotas oblicuas a una curva de ecuación y = f(x) tienen de pendiente $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$

Métrico u ortonormal

Un sistema de referencia $R=\{O;\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3\}$ se llama **métrico** u **ortonormal** si la base B=$\{\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3\}$ es ortonormal.

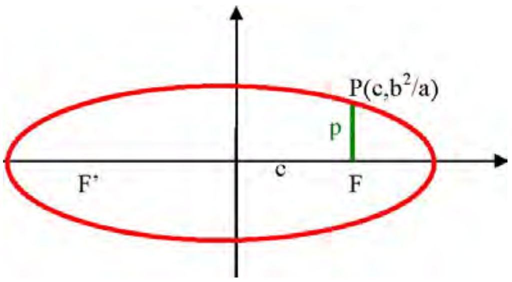
La base $B=\{\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3\}$ es **ortonormal** o **métrica** cuando sus vectores son unitarios ($\|\vec{u}_i\|=1,\ i=1,2,3$) y ortogonales entre sí (perpendiculares dos a dos).

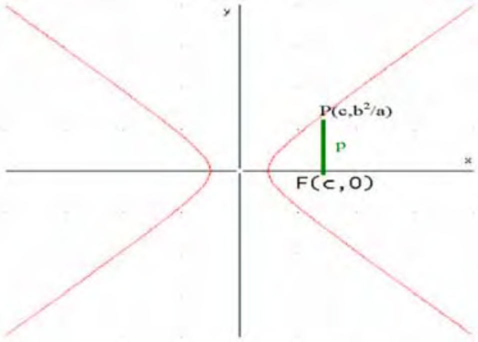
$\vec{x}\cdot\vec{y}=\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$, y que: $\begin{cases} |\vec{u}_i|=1 \Rightarrow \vec{u}_i\cdot\vec{u}_i=1 \\ \vec{u}_i\cdot\vec{u}_j=0 \ \text{ si } i\neq j \end{cases}$

Parámetro

- Símbolo que representa una constante en un problema cuyo valor puede variar de unos casos a otros.
- Variable que interviene en las ecuaciones de algunos lugares geométricos.

En las cónicas con centro el **parámetro** focal es la semicuerda que pasa por el foco perpendicular al eje focal, cuyo valor es: $p = b^2/a$





En la parábola es la distancia del foco a la directriz.

Eje

Eje es la recta del plano o del espacio que sirve de referencia a los puntos de ese plano o de ese espacio o bien a una figura o a una transformación**.**
La elipse y la hipérbola tienen dos **ejes de simetría**; la parábola solamente uno que pasa por su vértice.

Eje de coordenadas: cada una de las rectas mediante las que se define un sistema de coordenadas cartesianas en el plano o en el espacio.
Eje de abscisas: eje de coordenadas, generalmente horizontal, en un sistema de coordenadas cartesianas del plano y que se denomina X.
Eje de ordenadas: eje de coordenadas, generalmente vertical, en un sistema de coordenadas cartesianas del plano y que se denomina Y.

Eje focal: en una cónica es el eje de simetría que contiene a los focos.

- **Eje mayor** en la elipse corresponde al eje focal
- **Eje menor** en la elipse corresponde al eje no focal

Eje polar en coordenadas cartesianas polares es la semirrecta que parte del polo.

Eje radical de dos circunferencias es el lugar geométrico de los puntos del plano que tienen la misma potencia respecto de las dos circunferencias.

Semiejes

En una elipse son las distancias entre los vértices divididas por dos:

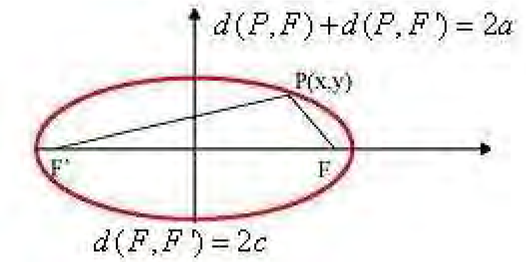
- **Semieje mayor**: a
- **Semieje menor**: b

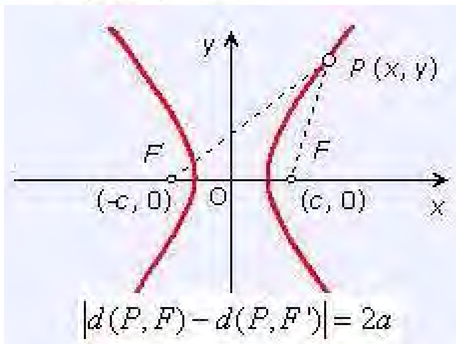
Vértice

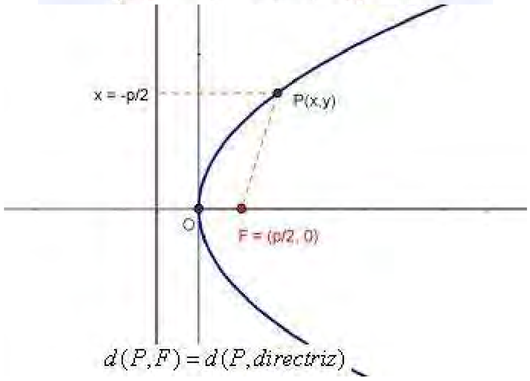
En general, punto en que concurren los dos lados de un ángulo.
En las cónicas son los puntos que obtenemos por intersección de los ejes de simetría con la cónica.
En la elipse en forma canónica son: A(a,0); A´(-a,0);B(0,b);B´(0,-b).
En la hipérbola en forma canónica son: A(a,0); A’(-a,0).
En la parábola en forma canónica es el origen O(0,0), exactamente a mitad del camino del foco a la directriz.

Focos

Focos de una sección cónica son los puntos de contacto de su plano con las esferas inscritas en el cono y tangentes a dicho plano (el de la sección).
Relativo a una cónica es cada uno de los puntos fijos que determinan la cónica. Las cónicas con centro (elipse e hipérbola) tienen dos (a una distancia c del centro) y la parábola uno.







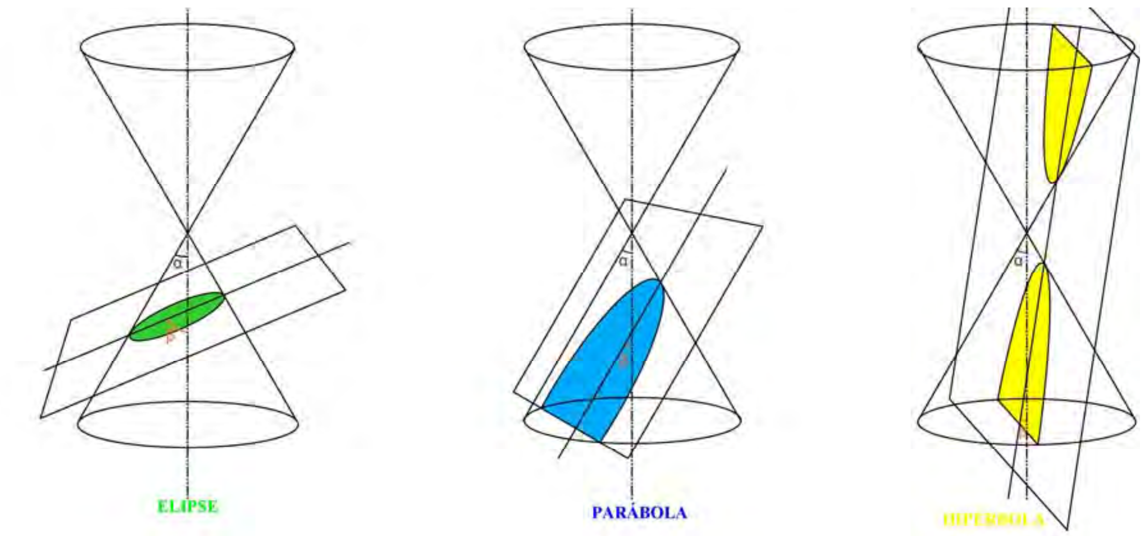
Directriz

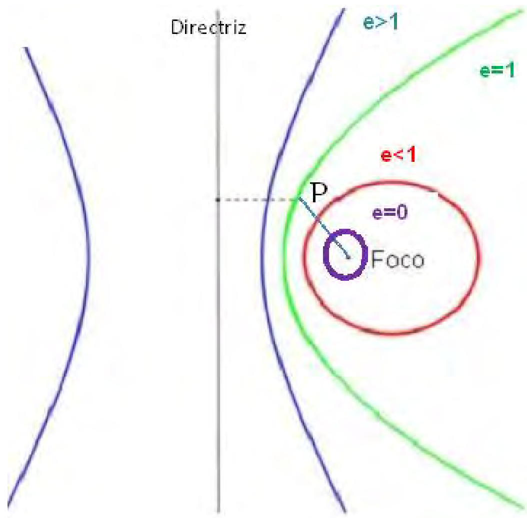
Directriz de una sección cónica es la recta intersección del plano de la cónica con el plano que contiene a la circunferencia de contacto (con el cono) correspondiente a uno de los focos.
En una cónica es la recta fija que la determina. Las cónicas con centro (elipse e hipérbola) tienen dos y la parábola una.

Excentricidad

Valor constante del cociente de la distancia de los puntos de la cónica al foco y a la directriz. En el caso de la **elipse** es menor que 1, igual a 1 para la **parábola** y mayor que 1 en la **hipérbola**.

$e = \dfrac{\cos\beta}{\cos\alpha} = \dfrac{c}{a}$; siendo c la semidistancia focal y a el semieje real



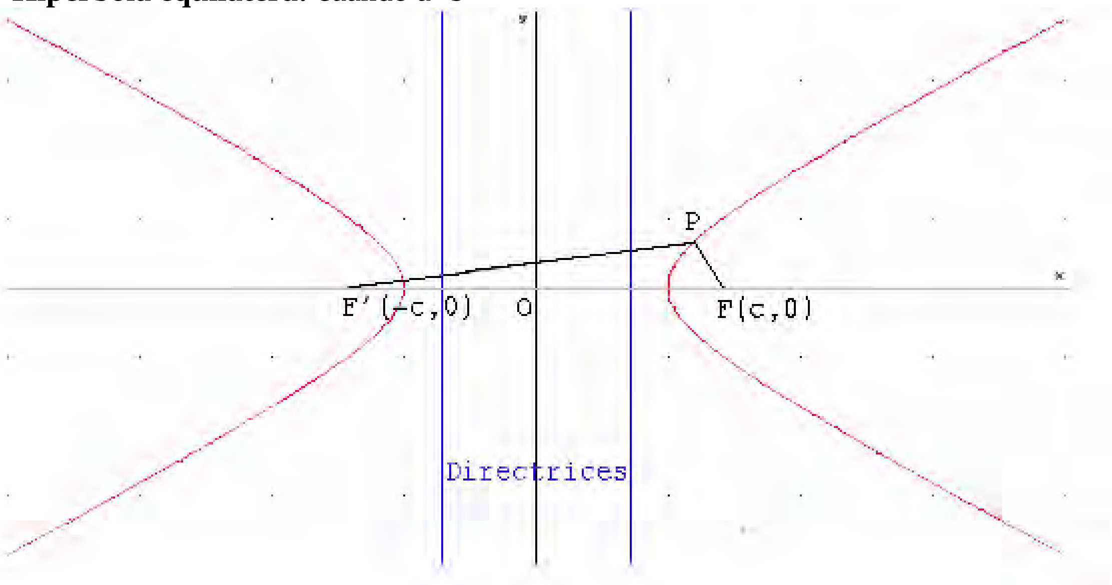


Hipérbola

La diferencia de las distancias de un punto cualquiera de la hipérbola a los focos es igual a 2a.

Sea la hipérbola de ecuación canónica $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, entonces:

- **Excentricidad:** $e = \frac{c}{a} > 1$
- **Vértices**: A(a,0); A'(-a,0).
- **Focos**: F(c,0); F'(-c,0).
- **Directrices**: $x = a^2 / c; x = -a^2 / c$
- **Ejes de simetría**: x=0; y=0; eje focal: y=0
- **Centro**: O(0,0) punto de intersección de los ejes de simetría
- **Distancia focal**: d(F,F')=2c.
- **Parámetro focal**: $p = b^2 / a$
- **Hipérbola equilátera:** cuando a=b

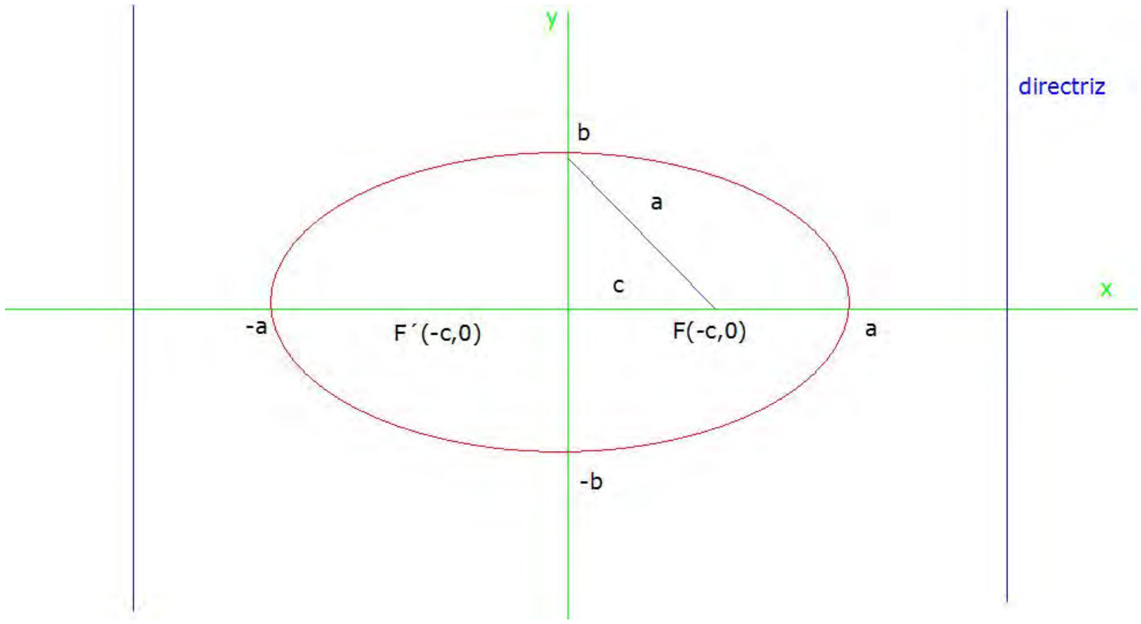


Elipse

La suma de las distancias de un punto cualquiera de la elipse a los focos es igual al doble de su semieje mayor.

Sea la **elipse** de ecuación reducida $\frac{\mathbf{x^2}}{\mathbf{a^2}}+\frac{\mathbf{y^2}}{\mathbf{b^2}}=\mathbf{1}$, entonces:

- **Excentricidad:** $e=\frac{c}{a}<1$
- **Vértices:** A(a,0); A´(-a,0); B(0,b); B´(0,-b).
- **Semieje mayor**: a; **semieje menor**: b.
- **Focos**: F(c,0); F'(-c,0).
- **Directrices**: $x=\pm\frac{a^2}{c}$
- **Ejes de simetría**: x=0; y=0; eje focal o eje mayor: y=0.
- **Centro**: O(0,0) punto de intersección de los ejes de simetría.
- **Distancia focal**: d(F,F´)=2c.
- **Parámetro focal**: $p=b^2/a$



Coordenadas cartesianas rectangulares

Si $R = \{O; \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ es un sistema de referencia ortonomal y A, B, y C son puntos tales que $\overrightarrow{OA} = \vec{u}_1, \overrightarrow{OB} = \vec{u}_2, \overrightarrow{OC} = \vec{u}_3$, las rectas OA=i, OB=j, y OC=k se llaman **ejes** de **coordenadas cartesianas rectangulares**.

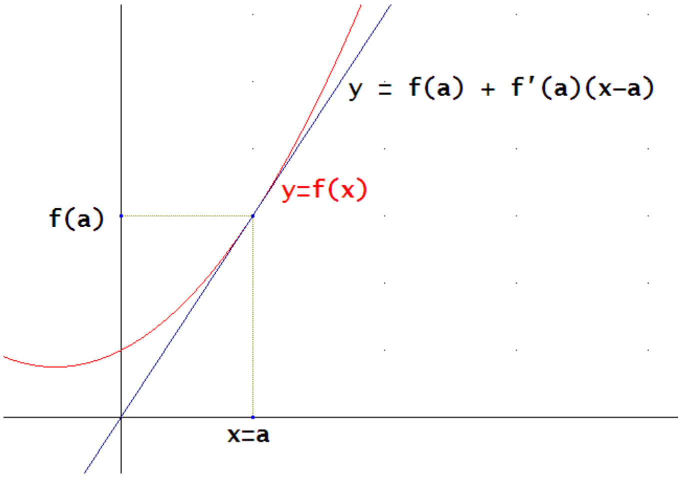
Se llaman **coordenadas cartesianas rectangulares** de un punto a sus coordenadas cartesianas cuando el sistema de referencia es métrico u ortonormal.

Recta tangente

La **recta tangente** a la curva

$y = f(x)$ en el punto $(a,f(a))$ en el cual f es derivable es la siguiente:

$$y - f(a)=f\,'(a)(x - a)$$

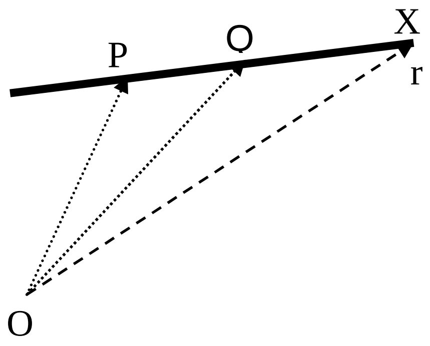


La recta en el Espacio

Una recta queda determinada por dos puntos P y Q distintos. Si X es un punto cualquiera de la recta y $R = \{O; \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ un sistema de referencia del espacio afín, la ecuación vectorial de la recta es:

$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OP} + t\,\overrightarrow{PQ}$ y sus ecuaciones paramétricas para $P = (p_1, p_2, p_3)$, $Q = (q_1, q_2, q_3)$, y $X = (x_1, x_2, x_3)$ respecto de R, son:

$$\begin{cases} x_1 = p_1 + t(q_1 - p_1) \\ x_2 = p_2 + t(q_2 - p_2) \\ x_3 = p_3 + t(q_3 - p_3) \end{cases}$$



Sea $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ un **vector director** de la recta, entonces la ecuación vectorial es $X = P + t\vec{v}$ y las ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x_1 = p_1 + tv_1 \\ x_2 = p_2 + tv_2 \\ x_3 = p_3 + tv_3 \end{cases}$. De donde en forma continua: $\dfrac{x_1 - p_1}{v_1} = \dfrac{x_2 - p_2}{v_2} = \dfrac{x_3 - p_3}{v_3}$.

La recta en el Plano

Siendo m la pendiente; n la ordenada en el origen; $P(x_0,y_0)$ un punto cualquiera y $\vec{v} = (v_1, v_2)$ un vector director.

- Ecuación de la recta en forma explícita: y=mx+n
- Ecuación de la recta en forma punto pendiente: $y-y_0=m(x-x_0)$
- Ecuación general de la recta en el plano: ax+by+c=0
- Ecuaciones paramétricas de la recta: $\begin{cases} x = x_0 + tv_1 \\ y = y_0 + tv_2 \end{cases}$
- Ecuación de la recta en forma continua: $\dfrac{x - x_0}{v_1} = \dfrac{y - y_0}{v_2}$

Intersección

Conjunto de los elementos que son comunes a dos conjuntos.

Intersección de la curva con las asíntotas

Los puntos de intersección de la curva con una de sus asíntotas se obtienen resolviendo el sistema formado por la ecuación de la curva y la ecuación de la asíntota.

Intersección de la curva con los ejes de coordenadas

Estos puntos se obtienen haciendo $x = 0$ e $y = 0$, para calcular los puntos de corte con el eje de ordenadas y de abscisas respectivamente.

Ecuación reducida

Corresponde a la ecuación de una cónica centrada en el origen de coordenadas y cuyos ejes de simetría son los ejes coordenados. Para el caso de la parábola será el vértice el situado en el origen.

- **Elipse:** $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, eje focal en el eje de abscisas
- **Hipérbola:** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, eje focal en el eje de abscisas
- **Parábola:** $y^2=2px$, eje focal en el eje de abscisas positivo

Puntos de cortes con los ejes coordenados.

- Corta al eje Y si existe el punto (0, f(0)).

Si x=0 entonces y=f(0).

- La gráfica de f(x) corta al eje X, si existe x_0 tal que el punto $(x_0, 0) \in f(x)$. Su cálculo se realiza resolviendo la ecuación f(x)=0.

Si y=0 entonces f(x)=0.

Recta normal

- La **recta normal** a la curva y = f(x) en el punto (a,f(a)) en el cual f es derivable es la recta perpendicular a la recta tangente en dicho punto: y-f(a)= - (x-a)/ f '(a)
- **Recta normal a una superficie**

Si $P_0(x_0,y_0,z_0)$ es un punto de la superficie S, definida por la función z=f(x,y), donde existe el plano tangente, entonces existe la recta normal a S en $P_0(x_0,y_0,z_0)$ y es la recta perpendicular al plano tangente por P_0. Sus ecuaciones paramétricas son:

$$\begin{cases} x = x_0 + \left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)_{P_0} \cdot t \\ y = y_0 + \left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)_{P_0} \cdot t \\ z = z_0 - t \end{cases} \text{ o bien, } \qquad \begin{cases} x = x_0 + \left(\dfrac{\partial F}{\partial x}\right)_{P_0} \cdot t \\ y = y_0 + \left(\dfrac{\partial F}{\partial y}\right)_{P_0} \cdot t \\ z = z_0 + \left(\dfrac{\partial F}{\partial z}\right)_{P_0} \cdot t \end{cases}$$