

## TRABAJO N°10 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

*Este trabajo se entregará preferentemente antes del día 14 a los profesores siguientes:*

**MANUEL BARRERO , o bien, ÁNGELES CASTEJÓN**

**Se puede realizar individualmente (un alumno) o bien por una pareja de alumnos del mismo grupo.**

**APELLIDOS Y NOMBRE DEL 1º ALUMNO:**

**APELLIDOS Y NOMBRE DEL 2º ALUMNO:**

**GRUPO:**

**Nº aproximado de horas de trabajo:**

**Primer alumno**

**Segundo alumno**

### TEORÍA

1. Definición de Espacio Afín. Definición de Subespacio afín y tipos de subespacios afines en  $\mathcal{A}_3$ .
2. Definición de vectores ortogonales. Enunciado de los teoremas relativos a ortogonalidad.
3. Definición de base ortonormal.
4. Definición de producto vectorial. Interpretación geométrica. Fórmula de cálculo del producto vectorial en una base ortonormal.

### CUESTIONES DE VERDADERO O FALSO

- En  $E_3$  dadas dos rectas que se cruzan existe una única recta perpendicular y secante a ambas.
- En  $\mathcal{A}_3$  un sistema de referencia está constituido por un punto cualquiera y 3 vectores l.i. (
- El subespacio ortogonal a una recta vectorial es otra recta ortogonal a la dada.
- Dados el plano  $\pi \equiv 3x+y-z-1=0$  y la recta  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-2}$ , se verifica que r está contenida en  $\pi$ .

### FORMULARIO

Haz un resumen de la parte del tema de Espacio Euclídeo correspondiente a la determinación de la condiciones de paralelismo y perpendicularidad que contenga las siguientes fórmulas:

- **PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD**
  - Vector  $\perp$  a un plano.
  - Vector  $\parallel$  a una recta.
  - Condición de perpendicularidad entre dos planos.
  - Condición de paralelismo entre dos planos.
  - Condición de perpendicularidad entre dos rectas.
  - Condición de perpendicularidad entre dos rectas.

## PROBLEMAS

Los problemas siguientes se entregarán escritos “a mano” aunque para los cálculos se puede utilizar DERIVE.

*Para considerarlos bien realizados hay que justificar debidamente los pasos que se den (coherentemente con el planteamiento del problema o ejercicio)*

1. Probar que los planos siguientes forman un haz de planos.

$$\begin{cases} 3x - 4y + 7z + 2 = 0 \\ x - 6y + 11z - 4 = 0 \\ x + y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

2. Hallar los valores reales de a y b para los cuales la recta .

$$\frac{x-1}{a} = \frac{y+2}{b} = \frac{z+3}{5}, \text{ es perpendicular al plano } 2x+5y-7z+4=0.$$

3. Hallar el ángulo que forman los planos siguientes y calcular sus planos bisectores:.

$$\pi \equiv x + y - 3z = -1, \quad \pi' \equiv 2x - 3y + 2z = -1$$

4. Comprobar que las dos rectas siguientes se cruzan y halla la perpendicular común y la distancia entre ellas.

$$r \equiv \frac{x}{3} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-6}{-2}, \quad s \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{2}$$

## CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA

1. En  $\mathcal{A}_3$  se consideran los puntos siguientes:

$O(1,1,1), A(2,1,1), B(2,0,2), C(1,3,1)$  y  $O'(1,0,1), A'(1,1,1), B'(-1,1,1), C'(1,-1,3)$

- Probar  $R = \{O, A, B, C\}$ ,  $R' = \{O', A', B', C'\}$  son dos referencias de  $\mathcal{A}_3$ .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R$  a  $R'$ .
- Si  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  es la ecuación de una superficie en la referencia  $R$ , hallar la ecuación de dicha superficie en  $R'$ .

2. En  $\mathcal{A}_3$  Se consideran las siguientes referencias  $R = \{O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ ,  $R' = \{O', \vec{u}', \vec{v}', \vec{w}'\}$  donde

$\vec{OO}' = \vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$ ,  $\vec{u}' = -\vec{u} + \vec{w}$ ,  $\vec{v}' = \vec{u} + \vec{v} - 3\vec{w}$ ,  $\vec{w}' = \vec{u} + \vec{v}$ . Se pide:

- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R$  a  $R'$ .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R'$  a  $R$ .
- Si  $x+2y-z=1$  es la ecuación de un plano en la referencia  $R$ , hallar la ecuación de dicho plano en  $R'$ .